

ТЕМА: ЭЛЕКТРОННАЯ ТАБЛИЦА EXCEL. ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ .

ЦЕЛЬ РАБОТЫ:

научиться решать нелинейные уравнения средствами EXCEL методом половинного деления; с помощью инструмента «Подбор параметра», а также методами хорд, Ньютона и итераций (ручной расчет).

провести анализ.

ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Нахождение корней уравнения с помощью инструмента «Подбор параметра».

Рассмотрим пример нахождения всех корней уравнения $x^3 - 0,01x^2 - 0,7044x + 0,139104$.

У полинома третьей степени имеется не более 3 вещественных корней. Для нахождения корней их предварительно нужно локализовать. С этой целью необходимо построить график функции. Для этого нужно протабулировать функцию на отрезке [-1;1] с шагом 0,2. Результат табуляции приведен на рис. 1, где в ячейку B2 введена формула $=A2^3 - 0,01 * A2^2 - 0,7044 * A2 + 0,139104$

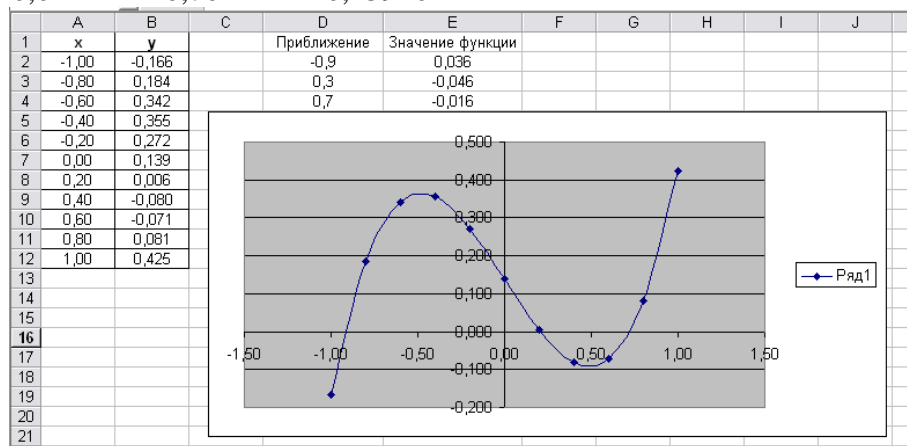


Рис. 1 Локализация корней полинома.

Из рис. 7 видно, что полином меняет знак на интервалах [-1;-0,8], [0,2;0,4], и [0,6;0,8]. Это означает, что на каждом из них имеется корень данного полинома. Поскольку полином третьей степени имеет не более трех действительных корней, значит, все корни локализованы.

Нахождение корней полинома осуществляется методом последовательных приближений с помощью команды **Подбор параметра** меню **Сервис**. Относительная погрешность и предельное число итераций задаются на вкладке **Вычисления** диалогового окна **Параметры**, задаваемого командой **Параметры** меню **Сервис**. Заданы относительная погрешность 0,00001 и предельное число итераций 1000. (для более поздних версий **Работа с данными- Анализ «что если»- Подбор параметра**)

В качестве начальных значений приближений корням можно взять любые точки из отрезков локализации корней. Взяты их средние точки: -0,9; 0,3; 0,7 и введены в ячейки D2, D3, D4 соответственно. В ячейку E2 введено значение функции $=D2^3 - 0,01 * D2^2 - 0,7044 * D2 + 0,139104$ и с помощью маркера заполнения получены значения функции в ячейках E3 и E4.

Теперь нужно выбрать команду **Подбор параметра** в меню **Сервис**. И заполнить диалоговое окно **Подбор параметра** следующим образом (для более поздних версий **Работа с данными- Анализ «что если»- Подбор параметра**) (рис. 2):

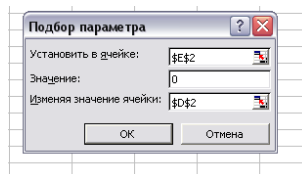


Рис. 2 Диалоговое окно Подбор параметра

- ❖ в поле **Установить в ячейке** ввести \$E\$2 (следует отметить, что в поле дается ссылка на ячейку в которую введена формула, вычисляющая значение левой части уравнения);
- ❖ в поле **Значение** ввести 0 (в этом поле указывается правая часть уравнения);
- ❖ в поле **Изменяя значение ячейки** ввести \$D\$2 (в этом поле дается ссылка на ячейку, отведенную под переменную).

Вводить ссылки удобнее щелчком по соответствующей ячейке. При этом EXCEL автоматически будет превращать их в абсолютные ссылки.

После нажатия кнопки **ОК** диалогового окна **Подбор параметра** средство подбора параметра находит приближенное значение корня, которое помещает в ячейку E2 (рис. 3). В данном случае оно равно -0,919999997.

	A	B	C	D	E	F	G
1	x	y		Приближение	Значение функции		
2	-1,00	-0,166		-0,919999997	0,000		
3	-0,80	0,184		0,3	-0,046		
4	-0,60	0,342		0,7	-0,016		
5	-0,40	0,355					
6	-0,20	0,272					
7	0,00	0,139					
8	0,20	0,006					
9	0,40	-0,080					
10	0,60	-0,071					
11	0,80	0,081					
12	1,00	0,425					
13							
14							
15							

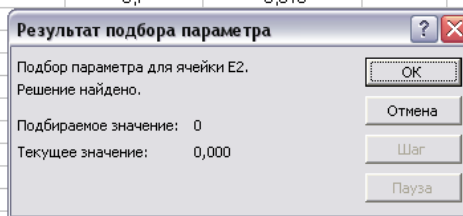


Рис. 3 Диалоговое окно Результат подбора параметра.

Аналогично в ячейках D3 и D4 находим два оставшихся корня. Они равны 0,210000684 и 0,719999955.

Нахождение корней уравнения методом деления отрезка пополам.

Задано уравнение $F(x)=0$. У полинома третьей степени имеется не более 3 вещественных корней. Для нахождения корней их предварительно нужно локализовать (рис. 1).

Пусть непрерывная функция $F(x)$ имеет значения разных знаков на концах отрезка, $[a,b]$, т.е.

$$F(a) * F(b) < 0,$$

тогда уравнение $F(x)=0$ имеет корень внутри этого отрезка, который называется отрезком локализации корня.

Пусть $c=(a+b)/2$ – середина отрезка $[a,b]$. Если $F(a) * F(c) \leq 0$, то корень находится на отрезке $[a,c]$, который примем за новый отрезок локализации корня. Если $F(a) * F(c) > 0$, то за новый отрезок локализации корня возьмем $[c,b]$. Отметим, что новый отрезок локализации в два раза короче первоначального.

Процесс деления отрезка локализации корня продолжаем до тех пор, пока длина отрезка не станет меньше ϵ – точности нахождения корня. В этом случае любая точка отрезка локализации отличается от корня не более чем на $\epsilon/2$.

На рис. 6 приведены результаты нахождения корня уравнения $x^3-2=0$ с точностью 0,001 методом деления отрезка пополам.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Точность нахождения корня	0,001							
2	a	b	c	Проверка знака	Значения функции в средней точке				
3	0	2		1	2				
4	1	2	1,5		-1,375				
5	1	1,5	1,25		0,046875				
6	1,25	1,5	1,375		-0,02810669				
7	1,25	1,375	1,3125		-0,01223373				
8	1,25	1,313	1,28125		-0,00484228				
9	1,25	1,281	1,265625		-0,00127906				
10	1,25	1,266	1,2578125		0,000469901				
11	1,2578125	1,266	1,26171875		-8,5943E-05				
12	1,2578125	1,262	1,259765625		7,4189E-06				
13	1,259765625	1,262	1,260742188		-2,8959E-06				
14	1,259765625	1,261	1,260253906		-1,1734E-06				
15									Корень найден и равен 1,2603

Рис. 1 Нахождение корня уравнения методом деления отрезка пополам.

В ячейку B1 введена погрешность нахождения корня. За первоначальный отрезок локализации корня выбран отрезок [0,2]. В ячейки A4, B4, C3, D3, E3 и F3 введены, соответственно, формулы:

$$A4 = \text{ЕСЛИ}(D3 <= 0; A3; C3)$$

$$B4 = \text{ЕСЛИ}(D3 <= 0; C3; B3)$$

$$C3 = (A3 + B3) / 2$$

$$D3 = (A3^3 - 2) * (C3^3 - 2)$$

$$E3 = C3^3 - 2$$

$$F3 = \text{ЕСЛИ}(\text{abs}(B3 - A3) < \$B\$1; "Корень найден и равен "&\text{ТЕКСТ}(C3; "0,0000"); "").$$

Протягивая за маркер заполнения, заполняем таблицу до тех пор, пока не будет найден корень. Из рис. 6 видно, что корнем уравнения с точностью 0,001 является 1,260.

ЗАДАНИЕ

1. Построить график функции $y=F(x)$ для определения интервалов изоляции корней уравнения $F(x) = 0$
2. Уточнить **один из корней** уравнения ($\varepsilon = 10^{-3}$) методом половинного деления (средствами EXCEL);
3. Найти **все** корни уравнения с помощью инструмента «Подбор параметра»
4. Выполнить ручной расчет корней нелинейного уравнения методами Ньютона, хорд и итераций (сделать по три приближения и вычислить погрешность метода).
5. Сравнить полученные результаты и сделать выводы.

ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ

Вариант	Уравнение	Вариант	Уравнение
1	$x - \sin x = 0.25$	13	$x - 2 = e^x$
2	$x + \operatorname{tg} x - 0.5 = 0$	14	$2 \ln x - \frac{1}{x} = 0$
3	$3x - \cos x = 1$	15	$x^2 - \sin x = 1$
4	$2 - x - \ln x = 0$	16	$\lg x - \frac{1}{x^2} = 0$
5	$\cos x - x + 4 = 0$	17	$x^2 - 4 \sin x = 0$
6	$2x - 3 \ln x - 3 = 0$	18	$x^3 + x^2 - 1 = 0$
7	$x^2 - \cos x = 0$	19	$x - \sin x - 0.25 = 0$
8	$1 - 3x = \sin x$	20	$x + \lg x = 0.5$
9	$2 - x - e^x = 0$	21	$x^2 + 4 \sin x = 0$
10	$2 \lg x - \frac{x}{2} + 1 = 0$	22	$e^x + e^{-3x} - 4 = 0$
11	$\frac{1}{x} - \sin x = 0$	23	$e^x - x^2 = 0$
12	$x^2 - \sin 2x = 0$	24	$2 \sin(x - 0.6) = 1.5 - x$